



รวมเนื้อหา
คณิต 2
ที่ต้องรู้ก่อนสอบ
A-Level

ประเมินความพร้อม
ด้วยแนวข้อสอบ
**ตรงตาม
Blueprint**

ฟรี!
คลิปอธิบายเพิ่มเติม
ย้ำความมั่นใจ
ก่อนสอบ

สรุปเนื้อหา +
MOCK TEST
เตรียมสอบ

คณิต 2
A-Level

ครูพีอาร์ต วิศวะ ลาดกระบัง
ประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์มากกว่า 22 ปี

สารบัญ

บทที่ 1 เซต

07

เรื่องทั่วไปของเซต

08

ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

11

การดำเนินการระหว่างเซต

12

การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เซต

14

บทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

16

ประพจน์

17

นิเสธของประพจน์

18

ประพจน์เชิงประกอบ

19

ค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์

20

บทที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น

22

หลักการพื้นฐานที่ควรทราบ

23

กฎการนับเบื้องต้น

26

แฟกทอเรียล

27

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

28

การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

29

บทที่ 4 ความน่าจะเป็น

31

การทดลองสุ่มและเหตุการณ์

32

หลักในการทำโจทย์ความน่าจะเป็น

33

แนวโจทย์ที่ออกข้อสอบบ่อย

33

บทที่ 5 เลขยกกำลัง

37

เลขยกกำลัง

38

รากที่ n ของจำนวนจริง

40

การประยุกต์ใช้เลขยกกำลังกับชีวิตประจำวัน 42

บทที่ 6 พังก์ชัน 44

คู่อันดับ 45

ฟังก์ชัน 45

การหาค่าของโดเมนกับเรนจ์ของฟังก์ชัน 48

การหาค่าของฟังก์ชัน 51

ฟังก์ชันเชิงเส้น 53

ฟังก์ชันกำลังสอง 54

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล 55

ฟังก์ชันขั้นบันได 55

บทที่ 7 ลำดับและอนุกรม 57

ความหมายของลำดับ 58

ลำดับเลขคณิต 59

ลำดับเรขาคณิต 59

ความหมายอนุกรม 60

อนุกรมเลขคณิต 61

อนุกรมเรขาคณิต 62

การประยุกต์ของลำดับและอนุกรม 63

บทที่ 8 สถิติ 72

ความหมายของสถิติศาสตร์และข้อมูล 73

ประเภทของข้อมูล 74

สถิติเชิงพรรณนาและสถิติเชิงอนุมาน 76

การวิเคราะห์และนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพ 76

ตารางความถี่จำแนกทางเดียว 77

ตารางความถี่จำแนกสองทาง 78

แผนภูมิรูปภาพ 79

แผนภูมิวงกลม 79

แผนภูมิแท่ง 81

| | |
|---------------------------------------|-----|
| การวิเคราะห์และนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณ | 82 |
| ตารางแจกแจงความถี่ของข้อมูล | 83 |
| ฮิสโทแกรม | 87 |
| แผนภาพลำต้นและใบ | 88 |
| แผนภาพจุด | 89 |
| ค่ากลางของข้อมูล | 90 |
| การวัดตำแหน่งของข้อมูล | 94 |
| การวัดการกระจายของข้อมูล | 96 |
| แผนภาพกล่อง | 99 |
| แผนภาพการกระจาย | 100 |
| เส้นโค้งความถี่ | 102 |

แนวข้อสอบและเฉลย

| | |
|-------------------------|------------|
| แนวข้อสอบและเฉลย | 106 |
| แนวข้อสอบชุดที่ 1 | 107 |
| เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 1 | 117 |
| แนวข้อสอบชุดที่ 2 | 136 |
| เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 2 | 148 |
| แนวข้อสอบชุดที่ 3 | 169 |
| เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 3 | 180 |
| แนวข้อสอบชุดที่ 4 | 203 |
| เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 4 | 214 |
| แนวข้อสอบชุดที่ 5 | 234 |
| เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 5 | 244 |

จากใจนักเรียน

268

ประวัตินักเรียน

269

บทที่

01

เซต

- ๑ เรื่องทั่วไปของเซต
- ๑ ความสัมพันธ์ระหว่างเซต
- ๑ การดำเนินการระหว่างเซต
- ๑ การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เซต

1. เรื่องทั่วไปของเซต

เราใช้ “เซต” กล่าวถึงกลุ่มสิ่งต่างๆ ที่เราสนใจ และสิ่งที่เราสนใจต้องไม่มีความกำกวม กล่าวคือ เมื่อกำหนดสิ่งที่สนใจมาแล้ว ทุกคนต้องบอกสมาชิกของสิ่งที่สนใจได้อย่างชัดเจน จึงจะเรียกสิ่งที่เราสนใจนั้นว่า เซต โดยใช้เครื่องหมายปีกกา “{ }” แทนตัวเซต และเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า “สมาชิก” และนิยมเขียนแทนชื่อเซตด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C, ...

| ตัวอย่างสิ่งที่เราสนใจ | เป็นเซต/ไม่เป็นเซต |
|------------------------|--------------------|
| สระในภาษาอังกฤษ | เป็นเซต |
| จำนวนคู่ | เป็นเซต |
| ผู้หญิงที่น่ารัก | ไม่เป็นเซต |
| อาหารที่อร่อย | ไม่เป็นเซต |

จากตารางข้างต้น สามารถเขียนสิ่งที่สนใจเป็นเซตได้ดังตัวอย่าง

เช่น เซตของสระในภาษาอังกฤษ = {a, e, i, o, u}

เซตของจำนวนคู่ = {..., -4, -2, 0, 2, 4, ...}

บทที่

02

ตรรกศาสตร์ เบื้องต้น

- ☉ ประพจน์
- ☉ นิเสธของประพจน์
- ☉ ประพจน์เชิงประกอบ
- ☉ ค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์

1. ประพจน์ (Statement)

ประพจน์ คือ ประโยคบอกเล่าหรือปฏิเสธที่มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

| ข้อความที่เป็นประพจน์ | ค่าความจริง |
|--------------------------------|-------------|
| ดวงอาทิตย์เป็นดาวฤกษ์ | จริง |
| เซตของจำนวนเต็มเป็นเซตอนันต์ | จริง |
| $\sqrt{121}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ | เท็จ |
| ประเทศไทยเป็นประเทศในทวีปยุโรป | เท็จ |

สิ่งที่ควรทราบ

1. เรานิยมเขียนประพจน์แทนด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก เช่น p, q, r, s, t
2. ในตรรกศาสตร์เรียกความเป็น **จริง** (T) หรือ **เท็จ** (F) ของแต่ละประพจน์ว่า **ค่าความจริง** (Truth value)
3. p แทนข้อความ “3 เป็นจำนวนเฉพาะ” p เป็นประพจน์ที่เรียกว่า **ประพจน์เชิงเดี่ยว** (Simple proposition)

ประโยคเปิด (Open statement)

ประโยคเปิด คือ ข้อความที่มีตัวแปรแต่ยังไม่ใช่ประพจน์ แต่สามารถทำให้เป็นประพจน์ได้โดยการแทนค่าตัวแปรเข้าไป

| ข้อความที่เป็นประโยคเปิด | เหตุผล |
|----------------------------|--|
| เขาเป็นนายกรัฐมนตรีของไทย | ไม่รู้ว่า “เขา” คือใคร เลยระบุค่าความจริงไม่ได้ |
| $3x + 7 = 16$ | เมื่อ $x = 3$ ข้อความเป็นจริง แต่เมื่อ $x = 1$ ข้อความเป็นเท็จ |
| พื้นที่นี้เป็นของประเทศไทย | ไม่รู้ว่า “พื้นที่นี้” คือพื้นที่ตรงไหน เลยระบุค่าความจริงไม่ได้ |



ข้อควรระวัง!

ประโยคคำถาม/ประโยคคำสั่ง/ประโยคขอร้อง และประโยคแสดงความคิดเห็นเป็นประพจน์

| ข้อความที่ไม่เป็นประพจน์ | ชนิดประโยค |
|--------------------------------------|-------------|
| ใครต้องการเรียนคณิตกับพีอาร์ต | คำถาม |
| โปรดช่วยกันประหยัดไฟ | ขอร้อง |
| ปลาร้าอร่อยมาก | ความคิดเห็น |
| ห้ามบุคคลที่ไม่เกี่ยวข้องเข้าห้องนี้ | คำสั่ง |

2. นิเสธของประพจน์

ถ้า p เป็นประพจน์ใดๆ แล้ว **นิเสธ (Negation)** ของ p เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sim p$ และมีความหมายดังตารางนี้

| ตัวเชื่อม | สัญลักษณ์ | ความหมาย |
|-----------|-----------|--|
| นิเสธ | \sim | แสดงความหมายตรงข้ามกับข้อความที่กำหนดให้ (เพิ่มหรือตัดคำว่า “ไม่”) |

บทที่

03

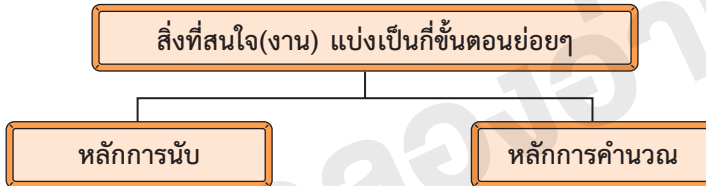
หลักการนับเบื้องต้น

- หลักการพื้นฐานที่ควรทราบ
- กฎการนับเบื้องต้น
- แฟกทอเรียล
- การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด
- การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

หลักการนับเบื้องต้น

1. หลักการพื้นฐานที่ควรทราบ

หลักการของบทนี้ คือ ต้องตอบตัวเองให้ได้ว่าจะอะไรคือสิ่งที่เราสนใจ (ในที่นี้จะเรียกว่า “งาน”) และสิ่งที่เราสนใจแบ่งเป็นกี่ขั้นตอนย่อย เมื่อตอบได้แล้ว เราจะหาคำตอบโดยใช้หลักการนับอย่างเป็นระบบ แล้วหลังจากนั้นจะนำไปสู่วิธีในการคำนวณ

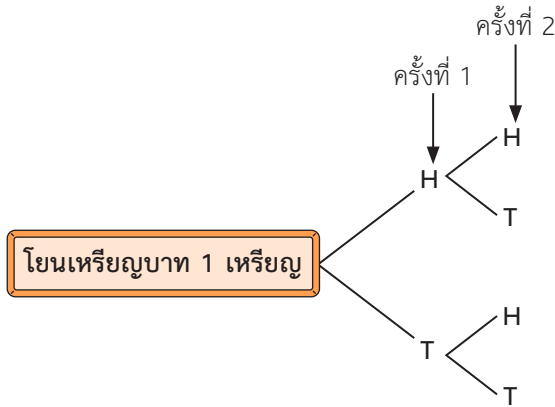


พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

1. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ฟોร์ตโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ จำนวนครั้ง 2
ตอบ สิ่งที่เราสนใจ คือ ฟોร์ตโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ โดยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนย่อยๆ คือ โยนครั้งที่ 1 และโยนครั้งที่ 2
2. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการเรียงสลับตัวอักษรภาษาอังกฤษ 3 ตัว ได้แก่ A, B, C
ตอบ สิ่งที่เราสนใจ คือ การเรียงสลับตัวอักษรภาษาอังกฤษ โดยแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนย่อยๆ คือ ตำแหน่งด้านซ้าย ตำแหน่งตรงกลาง และตำแหน่งด้านขวา
3. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ฟોร์ตแต่งตัวออกจากบ้าน โดยฟોร์ตมีเสื้อ 3 ตัว และกางเกง 4 ตัว
ตอบ สิ่งที่เราสนใจ คือ ฟોร์ตแต่งตัวออกจากบ้าน โดยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนย่อยๆ คือ ใส่เสื้อ และใส่กางเกง

จากตัวอย่างข้างต้น สามารถระบุสิ่งที่เราสนใจและขั้นตอนย่อยๆ ได้อย่างชัดเจน หลังจากนี้จะเริ่มนับเพื่อหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่เป็นไปได้ โดยการใช้ “แผนภูมิต้นไม้” (Tree diagram) ซึ่งเป็นวิธีพื้นฐานในการแจกแจงว่าสิ่งที่เราสนใจนั้นจะเป็นแบบไหนได้บ้าง ดังรูปตัวอย่างต่อไปนี้

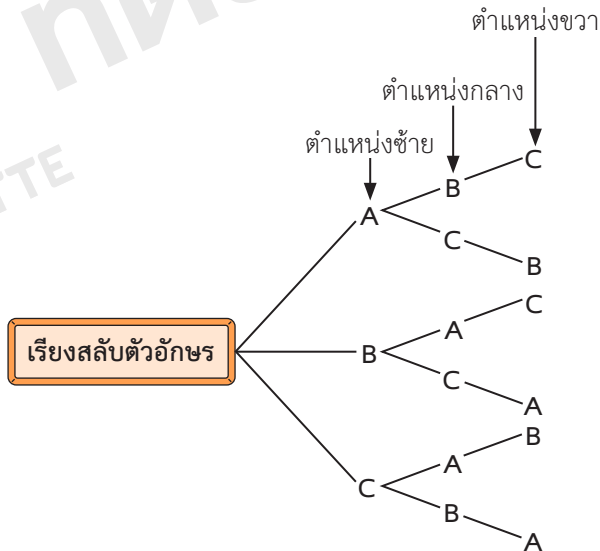
ตัวอย่างที่ 1



จากรูป เราจะได้จำนวนวิธีในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ จำนวน 2 ครั้ง ได้ทั้งหมด 4 วิธี ได้แก่ HH, HT, TH, TT

หมายเหตุ H = ออกหัว, T = ออกก้อย

ตัวอย่างที่ 2



จากรูป เราจะได้จำนวนวิธีในการเรียงสลับตัวอักษรภาษาอังกฤษ 3 ตัว ได้แก่ A, B, C ทั้งหมด 6 วิธี ได้แก่ ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

บทที่

07

ลำดับและอนุกรม

- ◎ ความหมายของลำดับ
- ◎ ลำดับเลขคณิต
- ◎ ลำดับเรขาคณิต
- ◎ ความหมายอนุกรม
- ◎ อนุกรมเลขคณิต
- ◎ อนุกรมเรขาคณิต
- ◎ การประยุกต์ของลำดับและอนุกรม

1. ความหมายของลำดับ

ลำดับ (Sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนนับ โดยทั่วไปในการเขียนลำดับนั้นนิยมเขียนในรูปของ a_n (พจน์ที่ n) หรือพจน์ทั่วไป

ตัวอย่าง กำหนดให้พจน์ทั่วไปของลำดับ คือ $a_n = 1 + 2n$ จงหาผลบวกของพจน์ที่ 3 กับพจน์ที่ 6

วิธีทำ โจทย์ต้องการ $a_3 + a_6$ เราหาได้โดยการแทนค่า $n = 3$ และ $n = 6$ ลงใน $a_n = 1 + 2n$

$$\text{แทนค่า } n = 3 : a_3 = 1 + 2(3) = 7$$

$$\text{แทนค่า } n = 6 : a_6 = 1 + 2(6) = 13$$

$$\text{ดังนั้น } a_3 + a_6 = 7 + 13 = 20$$

สิ่งที่ควรทราบ

1. ลำดับจำกัด เขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เช่น 3, 5, 7, 9, 11
2. ลำดับอนันต์ เขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เช่น 4, 9, 16, 25, 36, ..., $(n + 1)^2, \dots$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $a_n = \begin{cases} n^3 + 2 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \\ 3^{(n-1)} - 1 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \end{cases}$ แล้ว $a_5 + a_8$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ โจทย์ต้องการหาค่า a_5 แสดงว่าต้องเลือกใช้เงื่อนไขกลาง และต้องการหาค่า a_8 แสดงว่าต้องเลือกใช้เงื่อนไขขอบ

$$\text{แทนค่า } n = 5 : a_5 = 3^{(5-1)} - 1 = 81 - 1 = 80$$

$$\text{แทนค่า } n = 8 : a_8 = 8^3 + 2 = 512 + 2 = 514$$

$$\text{ดังนั้น } a_5 + a_8 = 80 + 514 = 594$$

แนวข้อสอบ และเฉลย

- แนวข้อสอบชุดที่ 1
- เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 1
- แนวข้อสอบชุดที่ 2
- เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 2
- แนวข้อสอบชุดที่ 3
- เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 3
- แนวข้อสอบชุดที่ 4
- เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 4
- แนวข้อสอบชุดที่ 5
- เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 5

4. กำหนดให้ประพจน์

p แทนข้อความ “ $\sqrt{0.0016}$ เป็นจำนวนตรรกยะ”

q แทนข้อความ “ $(-2)^8$ เป็นจำนวนเต็มลบ”

r แทนข้อความ “13 เป็นจำนวนเฉพาะ”

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\sim p \vee (q \leftrightarrow r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข. $p \leftrightarrow (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ค. $p \wedge (q \rightarrow r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ข้อความ ก, ข และ ค ถูกต้องทั้งสามข้อ
- 2) ข้อความ ก ถูกต้องเท่านั้น
- 3) ข้อความ ข ถูกต้องเท่านั้น
- 4) ข้อความ ค ถูกต้องเท่านั้น
- 5) ข้อความ ก, ข และ ค ผิดทั้งสามข้อ

5. ถ้า $x = 9$ และ $y = -4$ แล้ว $\frac{(x^3y^4)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x^5y^2}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) $\frac{4}{9}$

2) $\frac{2}{3}$

3) $-\frac{4}{9}$

4) $-\frac{2}{3}$

5) $-\frac{9}{4}$

6. ถ้า $5^{x+1} + 5^{x+2} = 3,775 - 5^{x-1}$ แล้ว x เท่ากับเท่าไร

1) $30\frac{1}{5}$

2) 25

3) 9

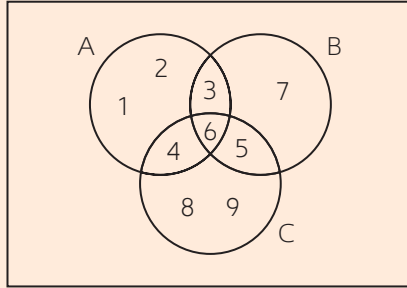
4) 5

5) 3

เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 2

1. **ตอบ 3)** $A \cap (B \cup C) = \{3, 4, 6\}$

วิธีทำ



ขั้นตอนที่ 1 จากแผนภาพ หาสมาชิกของเซต A, B, C จะได้ดังนี้

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6\} \quad B = \{3, 5, 6, 7\} \quad C = \{4, 5, 6, 8, 9\}$$

ขั้นตอนที่ 2 หา $B \cup C$ โดยนำสมาชิกของทั้งสองเซตมารวมกัน โดยสมาชิกซ้ำกันนับเป็นตัวเดียว ได้ดังนี้

$$B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

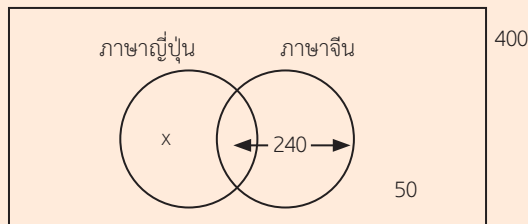
ขั้นตอนที่ 3 ทำการหา $A \cap (B \cup C)$ โดยเอาสมาชิกของเซต A ที่ซ้ำกันกับสมาชิกของเซต $B \cup C$ ได้ดังนี้

$$A \cap (B \cup C) = \{3, 4, 6\}$$

2. **ตอบ 1)** 110 คน

วิธีทำ **ขั้นตอนที่ 1** ให้จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาญี่ปุ่นและไม่ลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาจีนมี x คน

ขั้นตอนที่ 2 วาดแผนภาพตามโจทย์ และใส่จำนวนของนักเรียนในแต่ละส่วน ดังนี้



ขั้นตอนที่ 3 จากแผนภาพ เขียนเป็นสมการได้ว่า $400 = x + 240 + 50$ แก้สมการได้ $x = 110$ นั่นคือ นักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาญี่ปุ่นและไม่ลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาจีนมี 110 คน

3. ตอบ 1) $a \rightarrow b$ มีค่าความจริงเป็นจริง

วิธีทำ **ขั้นตอนที่ 1** หาค่าความจริงของ a, b, c, d จากประพจน์ที่โจทย์กำหนดมาให้

- โจทย์กำหนด $\sim a \vee d$ เป็นเท็จ แสดงว่า $\sim a$ เป็นเท็จ ทำให้ a เป็นจริง และ d เป็นเท็จ
- โจทย์กำหนด $[a \rightarrow (b \rightarrow c)] \leftrightarrow (d \wedge c)$ เป็นจริง เมื่อแทนค่าความจริงของ d ลงใน $d \wedge c$ จะได้ $F \wedge c$ ทำให้เราทราบว่า $d \wedge c = F$ อย่างแน่นอน และเมื่อแทนค่าความจริงของ $d \wedge c$ ลงใน $[a \rightarrow (b \rightarrow c)] \leftrightarrow (d \wedge c)$ เป็นจริง จะได้ว่า $[a \rightarrow (b \rightarrow c)] \leftrightarrow F$ เป็นจริง ทำให้เราทราบว่า $[a \rightarrow (b \rightarrow c)]$ เป็นเท็จ
- จากที่เราทราบว่า $[a \rightarrow (b \rightarrow c)]$ เป็นเท็จ เมื่อแทนค่าความจริงของ a ลงใน $[a \rightarrow (b \rightarrow c)]$ จะได้ $[T \rightarrow (b \rightarrow c)]$ เป็นเท็จ ทำให้เราทราบว่า $b \rightarrow c$ เป็นเท็จ ทำให้ b เป็นจริง และ c เป็นเท็จ

สรุปว่า **a เป็นจริง, b เป็นจริง, c เป็นเท็จ และ d เป็นเท็จ**

ขั้นตอนที่ 2 แทนค่าความจริงของ a, b, c, d ในแต่ละตัวเลือกได้ดังนี้

- 1) $a \rightarrow b = T \rightarrow T = T$ (ถูก เพราะตรงตามที่โจทย์ระบุ)
- 2) $b \rightarrow c = T \rightarrow F = F$ (ผิด เพราะไม่ตรงตามที่โจทย์ระบุ)
- 3) $c \rightarrow d = F \rightarrow F = T$ (ผิด เพราะไม่ตรงตามที่โจทย์ระบุ)
- 4) $d \rightarrow a = F \rightarrow T = T$ (ผิด เพราะไม่ตรงตามที่โจทย์ระบุ)
- 5) $a \rightarrow d = T \rightarrow F = F$ (ผิด เพราะไม่ตรงตามที่โจทย์ระบุ)

4. ตอบ 4) ข้อความ c ถูกต้องเท่านั้น

วิธีทำ **ขั้นตอนที่ 1** “เปลี่ยนข้อความที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในเทอมของสัญลักษณ์ก่อน” โดยแทนประพจน์ดังนี้

- p แทนประพจน์ พี่อาร์ตไปว่ายน้ำ
 q แทนประพจน์ พี่แอมไปดูภาพยนตร์
 r แทนประพจน์ พี่ผึ้งดูโทรทัศน์

ขั้นตอนที่ 2 หาค่าความจริง

- โจทย์กำหนด $p \rightarrow q$ เป็นเท็จ แสดงว่า p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ
- โจทย์กำหนด $\sim p \vee r$ เป็นจริง เมื่อแทนค่าความจริงของ p จะได้ $\sim T \vee r = F \vee r$ เป็นจริง แสดงว่า r เป็นจริง

สรุปว่า **p เป็นจริง, q เป็นเท็จ และ r เป็นจริง**