



สรุปคณิต ม.ปลาย
ที่ต้องรู้ก่อนสอบ

TCAS

ประเมินความพร้อม
ด้วยแนวข้อสอบ
**ตรงตาม
Blueprint**

ฟรี! คลิปอธิบาย
แนวข้อสอบเพิ่มเติม
ย้ำความมั่นใจ
ก่อนสอบ

สรุปเนื้อหา + **MOCK TEST** เตรียมสอบ

คณิต 1 A-Level

พีชุน (Sapiens) วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จุฬาฯ
เจ้าของสถาบันกวดวิชา Sapiens ประสบการณ์การสอนกว่า 9 ปี

สารบัญ

บทที่ 1 เซต

13

เซต

14

การดำเนินการระหว่างเซต

17

การแก้ปัญหาโดยใช้เซต

20

บทที่ 2 ตรรกศาสตร์

21

ประพจน์

22

การเชื่อมประพจน์

22

การหาค่าความจริงของประพจน์

27

การสร้างตารางค่าความจริง

27

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน

28

สัจนิรันดร์

29

การอ้างเหตุผล

31

ประโยคเปิด

32

ตัวบ่งปริมาณ

32

ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว

32

สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

33

บทที่ 3 จำนวนจริง

35

จำนวนจริง

36

ระบบจำนวนจริง

39

พหุนามตัวแปรเดียว

41

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

43

สมการพหุนามตัวแปรเดียว

46

เศษส่วนของพหุนาม

47

สมการเศษส่วนของพหุนาม

49

การไม่เท่ากันของจำนวนจริง

50

อสมการพหุนามตัวแปรเดียว	51
ค่าสัมบูรณ์	53
สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนามตัวแปรเดียว	53

บทที่ 4 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน 55

ผลคูณคาร์ทีเซียน	56
ความสัมพันธ์	56
ฟังก์ชัน	58
การใช้ฟังก์ชันในชีวิตจริง	62
กราฟของฟังก์ชัน	63
การดำเนินการของฟังก์ชัน	65
ตัวผกผันของฟังก์ชัน	66

บทที่ 5 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม 67

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	68
เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	71
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	72
ลอการิทึม	73
การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	76

บทที่ 6 เรขาคณิตวิเคราะห์ 79

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์	80
ภาคตัดกรวย	85

บทที่ 7 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 90

ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์	91
ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆ	94
มุมและการวัดมุม	96
กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	98
สูตรของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	102

ตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

104

กฎของโคไซน์และกฎของไซน์

106

บทที่ 8 เมทริกซ์

107

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเมทริกซ์

108

ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ขนาด 2×2 และ 3×3

112

เมทริกซ์ผกผัน

114

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น

115

บทที่ 9 เวกเตอร์

118

ปริมาณเวกเตอร์

119

เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากและเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

121

ผลคูณเชิงสเกลาร์และผลคูณเชิงเวกเตอร์

123

พื้นที่และปริมาตร

125

บทที่ 10 จำนวนเชิงซ้อน

127

สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน

129

รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน

131

กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

132

รูปเชิงขั้วของจำนวนเชิงซ้อน

134

รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนและสมการพหุนาม

135

บทที่ 11 หลักการนับเบื้องต้น

137

หลักการบวกและหลักการคูณ

138

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

139

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

141

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

141

การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

141

ทฤษฎีบททวินาม

142

บทที่ 12 ความน่าจะเป็น

144

การทดลองสุ่ม

145

ความน่าจะเป็น

145

กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

146

บทที่ 13 ลำดับและอนุกรม

147

ลำดับ

148

ลิมิตของลำดับอนันต์

150

อนุกรม

152

สัญลักษณ์แทนการบวก

155

การประยุกต์ของลำดับและอนุกรม

156

บทที่ 14 แคลคูลัสเบื้องต้น

158

ลิมิตของฟังก์ชัน

159

ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

160

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

161

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร

162

เส้นสัมผัสเส้นโค้ง

163

อนุพันธ์อันดับสูง

163

การประยุกต์ของอนุพันธ์

164

ปฏิยานุพันธ์และปริพันธ์ไม่จำกัดเขต

167

ปริพันธ์จำกัดเขต

168

พื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

169

บทที่ 15 ความหมายของสถิติศาสตร์และข้อมูล

170

ระเบียบวิธีทางสถิติศาสตร์

171

การแบ่งประเภทของข้อมูล

171

คำจำกัดความทางสถิติ

172

ประเภทของสถิติ

172

บทที่ 16 การวิเคราะห์และนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพ

173

ตารางความถี่จำแนกทางเดียว

174

ตารางความถี่จำแนกสองทาง

175

การนำเสนอด้วยแผนภาพ

175

บทที่ 17 การวิเคราะห์และนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณ

176

ตารางความถี่แบบไม่ได้แบ่งข้อมูลเป็นช่วง

177

ตารางความถี่แบบแบ่งข้อมูลเป็นช่วง

177

การนำเสนอด้วยแผนภาพ

179

แผนภาพลำต้นและใบ

179

แผนภาพกล่อง

179

ค่าวัดทางสถิติ

180

บทที่ 18 ตัวแปรสุ่มและการแจกแจงความน่าจะเป็น

184

ความหมายและชนิดของตัวแปรสุ่ม

185

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

185

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

188

แนวข้อสอบและเฉลย

191

แนวข้อสอบชุดที่ 1

192

เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 1

201

แนวข้อสอบชุดที่ 2

220

เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 2

228

แนวข้อสอบชุดที่ 3

247

เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 3

256

แนวข้อสอบชุดที่ 4

274

เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 4

282

แนวข้อสอบชุดที่ 5

302

เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 5

311

บทที่

01

เซต

- ๑ เซต
- ๑ การดำเนินการระหว่างเซต
- ๑ การแก้ปัญหาโดยใช้เซต

1. เซต

ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับเซต

ในทางคณิตศาสตร์ “เซต” หมายถึง กลุ่มของสิ่งต่างๆ เช่น เซตของจำนวนเต็มบวกที่ไม่เกิน 3

เรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า “สมาชิกของเซต”

เช่น เซตของจำนวนเต็มบวกที่ไม่เกิน 3 มีสมาชิก คือ 1, 2, 3

NOTE

เซตที่ไม่มีสมาชิก เรียกว่า “เซตว่าง” เขียนแทนด้วย $\emptyset$ หรือ $\{ \}$

การเขียนเซต

การเขียนเซตทำได้ 2 แบบ ดังนี้

- 1) การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก คือ การเขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในวงเล็บปีกกา และใช้เครื่องหมาย , ในการคั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว เช่น เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ เขียนได้เป็น {จันทร์, อังคาร, พุธ, พฤหัสบดี, ศุกร์, เสาร์, อาทิตย์}
- 2) การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก คือ การใช้ตัวแปรแทนสมาชิกแล้วบรรยายสมบัติหรือเงื่อนไข เช่น เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -5 เขียนได้เป็น $\{x \in \mathbb{Z} \mid x > -5\}$

NOTE

- 1) โดยทั่วไปนิยมเรียกแทนเซตด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C
- 2) ในการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก สามารถใช้ ... แทนสมาชิกตัวอื่นๆ ที่เข้าใจกันทั่วไปว่ามีอะไรบ้างได้
- 3) “|” อ่านว่า “โดยที่” และ “ $\in$ ” อ่านว่า “เป็นสมาชิกของ”

เซตจำกัดและเซตอนันต์

สามารถจำแนกเซตเป็น 2 ชนิด ตามจำนวนสมาชิกได้ดังนี้

- 1) **เซตจำกัด** คือ เซตที่จำนวนสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ หรือศูนย์ (สามารถนับจำนวนสมาชิกได้) เช่น $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, \dots, 12\}$, $C = \{x \mid x \text{ เป็นชื่อของวันในหนึ่งสัปดาห์}\}$, $D = \{\}$
- 2) **เซตอนันต์** คือ เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด (ไม่สามารถนับจำนวนสมาชิกได้) เช่น $E = \{1, 2, 3, \dots\}$, $F = \{\dots, -2, -1, 0\}$, $G = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$

เอกภพสัมพัทธ์

เอกภพสัมพัทธ์ หมายถึง เซตที่บ่งบอกถึงขอบเขตของสิ่งที่พิจารณา เขียนแทนด้วย “U”

เช่น กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$A = \{x \mid x < 3\}$$

$$B = \{x \mid x^2 = 4\}$$

จะได้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{2\}$

***ถ้า U เป็นเซตของจำนวนเต็ม จะได้ว่า $A = \{\dots, 0, 1, 2\}$ และ $B = \{-2, 2\}$ ***

เอกภพสัมพัทธ์ที่พบบ่อย

มีดังนี้

R แทนเซตของจำนวนจริง

Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

Q' แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ

Z แทนเซตของจำนวนเต็ม

N แทนเซตของจำนวนนับ

เซตที่เท่ากัน

เซตที่เท่ากัน หมายถึง เซตที่มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว แม้ลำดับของสมาชิกจะต่างกัน

เช่น $A = \{1, 4, 9, 16\}$, $B = \{4, 9, 16, 1\}$ จะได้ว่า A กับ B เป็นเซตที่เท่ากัน

เขียนแทนด้วย $A = B$

บทที่

07

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

- 🕒 ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์
- 🕒 ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆ
- 🕒 มุมและการวัดมุม
- 🕒 กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- 🕒 สูตรของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- 🕒 ตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- 🕒 กฎของโคไซน์และกฎของไซน์

07 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

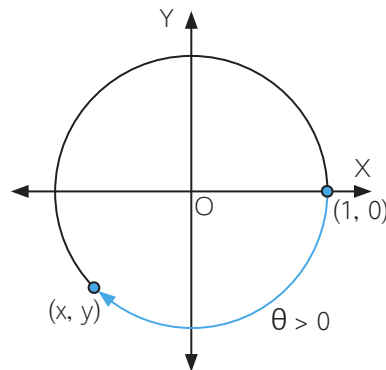
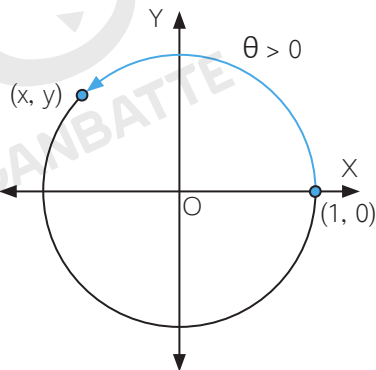
1. ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์

การกำหนดค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ทำได้โดยใช้วงกลมรัศมี 1 หน่วย และมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และเรียกวงกลมดังกล่าวว่า “วงกลมหนึ่งหน่วย” ซึ่งเป็นกราฟของความสัมพันธ์

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

กำหนด $\theta \in \mathbb{R}$ จากจุด $(1, 0)$ วัดระยะไปตามส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยให้ยาว $|\theta|$ หน่วย จนถึงจุด (x, y) โดยมีข้อตกลงสำหรับทิศทางการวัดมุม ดังนี้

- 1) $\theta > 0$ จะวัดส่วนโค้งจากจุด $(1, 0)$ ไปในทิศทวนเข็มนาฬิกา จนถึงจุด (x, y)
- 2) $\theta < 0$ จะวัดส่วนโค้งจากจุด $(1, 0)$ ไปในทิศตามเข็มนาฬิกา จนถึงจุด (x, y)
- 3) $\theta = 0$ จุดปลายส่วนโค้งคือจุด $(1, 0)$



- 1) จุดปลายส่วนโค้งที่ยาว $|\theta|$ หน่วย มีเพียงจุดเดียวเท่านั้น
- 2) ถ้า $|\theta| > 2\pi$ แสดงว่าวัดส่วนโค้งเกิน 1 รอบ (เส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว 2π หน่วย)

จากนั้น จะกำหนดฟังก์ชัน $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ และ $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ดังนี้

$$f(\theta) = x$$

$$g(\theta) = y$$

โดยที่ (x, y) เป็นจุดปลายส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่วัดจากจุด $(1, 0)$

เรียกฟังก์ชัน g และ f นี้ว่า “ฟังก์ชันไซน์ (Sine function)” และ “ฟังก์ชันโคไซน์ (Cosine function)” จะได้ว่า

$$\begin{aligned} y &= \sin \theta \\ x &= \cos \theta \end{aligned}$$

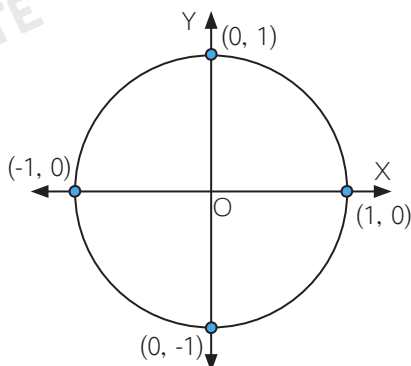
โดยที่โดเมนของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ คือ เซตของจำนวนจริง

และเรนจ์ของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ คือ เซตของจำนวนจริงตั้งแต่ -1 ถึง 1

เขียนความสัมพันธ์ของวงกลมหนึ่งหน่วยได้ดังนี้

$$\{(\cos \theta, \sin \theta) \in [-1, 1] \times [-1, 1] \mid \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1\}$$

ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงบางจำนวน



	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	-2π
sin	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0
cos	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1

ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของ $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใดๆ

1) $\sin(-\theta) = -\sin \theta$

$\cos(-\theta) = \cos \theta$

3) $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$

$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$

5) $\sin(2\pi - \theta) = -\sin \theta$

$\cos(2\pi - \theta) = \cos \theta$

2) $\sin(2\pi + \theta) = \sin \theta$

$\cos(2\pi + \theta) = \cos \theta$

4) $\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$

$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$

บทที่

09

เวกเตอร์

- ปริมาณเวกเตอร์
- เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากและเวกเตอร์หนึ่งหน่วย
- ผลคูณเชิงสเกลาร์และผลคูณเชิงเวกเตอร์
- พื้นที่และปริมาตร

09 เวกเตอร์

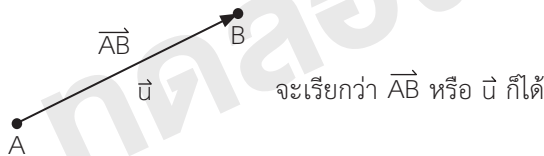
1. ปริมาณเวกเตอร์

ปริมาณเวกเตอร์ หมายถึง ปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง สามารถแทนปริมาณเวกเตอร์ด้วยลูกศรได้

เช่น เวกเตอร์ 2 หน่วยไปทางทิศใต้ จะแทนด้วย

2

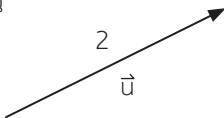
ในบทนี้จะนิยมใช้ $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ ในการเรียกชื่อเวกเตอร์ หรืออาจเรียกชื่อด้วยจุดเริ่มและจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์ก็ได้ เช่น



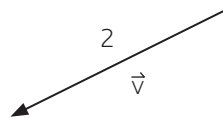
NOTE

เวกเตอร์หนึ่งๆ สามารถเลื่อนไปยังตำแหน่งใดก็ได้ ถ้า “ขนาด” และ “ทิศทาง” ของเวกเตอร์นั้นยังคงเดิม จะถือว่าเป็นเวกเตอร์เดิม

ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{u}$ จะแทนด้วย $|\vec{u}|$ หมายถึง ความยาวของ $\vec{u}$ เช่น



จะได้ว่า $|\vec{u}| = 2$

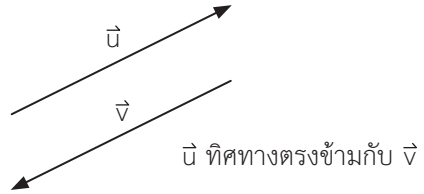
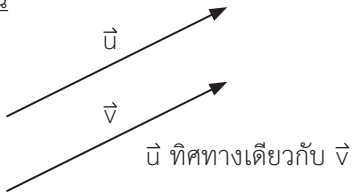


จะได้ว่า $|\vec{v}| = 2$

NOTE

เวกเตอร์ที่มีขนาดเป็นศูนย์ จะเรียกว่า “**เวกเตอร์ศูนย์**” เขียนแทนได้ด้วย $\vec{0}$ โดยที่ $|\vec{0}| = 0$

เวกเตอร์ที่ขนานกัน หมายถึง เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน และเวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกัน
เช่น

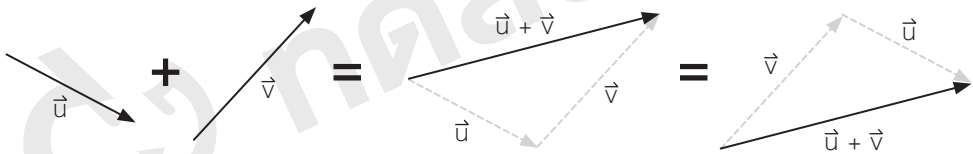


ถ้า $\vec{v}$ ขนานกับ $\vec{u}$ จะเขียนแทนด้วย $\vec{v} = k\vec{u}$ โดย $k > 0$ หมายความว่า $\vec{v}$ มีทิศทางเดียวกับ $\vec{u}$ และ $k < 0$ หมายความว่า $\vec{v}$ มีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

การบวกและการลบเวกเตอร์

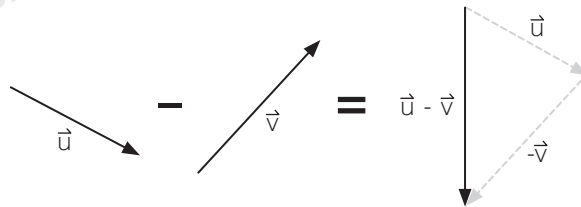
การบวกเวกเตอร์ ทำได้โดยการนำเวกเตอร์ทั้งหมดมาต่อเข้าด้วยกันแบบ “หางต่อหัว”

เช่น



การลบเวกเตอร์ ทำได้โดยการกลับทิศของตัวลบ แล้วนำเวกเตอร์ทั้งหมดมาต่อเข้าด้วยกันแบบ “หางต่อหัว”

เช่น



2. เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากและเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

อีกวิธีในการเขียนเวกเตอร์ จะนิยมใช้เมทริกซ์ดังนี้

1) เวกเตอร์ที่ชี้จาก (x_1, y_1) ไปยัง (x_2, y_2) คือ $\begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$

2) เวกเตอร์ที่ชี้จาก (x_1, y_1, z_1) ไปยัง (x_2, y_2, z_2) คือ $\begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$

เวกเตอร์ศูนย์

เวกเตอร์ศูนย์ แทนได้ด้วยสัญลักษณ์ 0 คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเป็นศูนย์

จะแทนได้เป็น $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ หรือ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

การเท่ากันของเวกเตอร์

เวกเตอร์จะเท่ากันได้ ก็ต่อเมื่อ “ขนาดเท่ากัน” และ “ทิศทางเดียวกัน” จะได้ว่า

$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ ก็ต่อเมื่อ $x_1 = x_2$ และ $y_1 = y_2$ และ $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}$ ก็ต่อเมื่อ $x_1 = x_2, y_1 = y_2$

และ $z_1 = z_2$

ขนาดของเวกเตอร์

ในระบบพิกัดฉาก จะได้ว่า

ขนาดของ $\vec{u} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ เขียนแทนด้วย $|\vec{u}|$ มีค่าเท่ากับ $\sqrt{x^2 + y^2}$

ขนาดของ $\vec{u} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ เขียนแทนด้วย $|\vec{u}|$ มีค่าเท่ากับ $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

เฉลยแนวข้อสอบชุดที่ 2

1. ตอบ 3) ข้อ ข และ ค ถูก แต่ ก ผิด

วิธีทำ [พิจารณาข้อ ก]

หาก B มีสมาชิกครบทุกตัวใน A จะทำให้ข้อความนี้ไม่ถูกต้อง

เช่น $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$ จะพบว่า $A - B = \emptyset$ แต่ $A \neq B$

ซึ่งขัดแย้งกับข้อความข้างต้น [ข้อ ก ไม่ถูกต้อง]

[พิจารณาข้อ ข]

$$\begin{aligned} C - (A \cap B) &= C \cap (A \cap B)' \\ &= C \cap (A' \cup B') \\ &= (C \cap B') \cup (C \cap A') \quad \text{[ข้อ ข ถูกต้อง]} \end{aligned}$$

[พิจารณาข้อ ค]

$$\begin{aligned} A \cap B \cap C &= (A \cap B) \cap (C')' \\ &= (A \cap B) - C' \quad \text{[ข้อ ค ถูกต้อง]} \end{aligned}$$

2. ตอบ 3) $(p \vee r) \wedge s$ มีค่าความจริงเป็นจริง

วิธีทำ พิจารณาตัวเลือกแต่ละข้อต่อไปนี้

จากโจทย์ $\sim(p \vee q) \rightarrow \sim(r \wedge s) \equiv F$ จะได้ว่า $p \equiv F, q \equiv F, r \equiv T, s \equiv T$



$$\begin{aligned} 1) \text{ จาก } (r \wedge p) \vee s &\equiv (T \wedge F) \vee T \\ &\equiv F \vee T \\ &\equiv T \end{aligned}$$

มีค่าความจริงเป็นจริง [ข้อ 1) ไม่ถูกต้อง]

$$\begin{aligned} 2) \text{ จาก } (r \wedge s) \vee \sim p &\equiv (T \wedge T) \vee \sim F \\ &\equiv T \vee T \\ &\equiv T \end{aligned}$$

มีค่าความจริงเป็นจริง [ข้อ 2) ไม่ถูกต้อง]

$$\begin{aligned} 3) \text{ จาก } (p \vee r) \wedge s &\equiv (F \vee T) \wedge T \\ &\equiv T \wedge T \\ &\equiv T \end{aligned}$$

มีค่าความจริงเป็นจริง [ข้อ 3] ถูกต้อง]

$$\begin{aligned} 4) \text{ จาก } (r \rightarrow \neg p) \rightarrow q &\equiv (T \rightarrow \neg F) \rightarrow F \\ &\equiv (T \rightarrow T) \rightarrow F \\ &\equiv T \rightarrow F \\ &\equiv F \end{aligned}$$

มีค่าความจริงเป็นเท็จ [ข้อ 4] ไม่ถูกต้อง]

5) ไม่มีข้อใดถูก [ข้อ 5] ไม่ถูกต้อง]

3. ตอบ 4) $(p \wedge \neg p) \rightarrow r$

วิธีทำ พิจารณาตัวเลือกแต่ละข้อต่อไปนี้

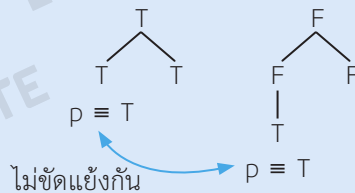
1) พิจารณา $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$

ลองแทนค่า $p \equiv F$ และ $q \equiv T$

จะได้ $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q) \equiv (F \vee T) \rightarrow (F \wedge T) \equiv T \rightarrow F \equiv F$

ดังนั้น ประพจน์นี้ไม่เป็นสัจนิรันดร์ [ข้อ 1] ไม่ถูกต้อง]

2) กำหนดให้ประพจน์ $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee r) \equiv F$



ดังนั้น $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee r)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์ [ข้อ 2] ไม่ถูกต้อง]

3) พิจารณา $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

ลองแทนค่า $p \equiv F$ และ $q \equiv T$

จะได้ $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p) \equiv (F \rightarrow T) \rightarrow (T \rightarrow F) \equiv T \rightarrow F \equiv F$

ดังนั้น ประพจน์นี้ไม่เป็นสัจนิรันดร์ [ข้อ 3] ไม่ถูกต้อง]

4) พิจารณา $(p \wedge \neg p) \rightarrow r \equiv F \rightarrow r \equiv T$

ดังนั้น $(p \wedge \neg p) \rightarrow r$ เป็นสัจนิรันดร์ [ข้อ 4] ถูกต้อง]

14. ตอบ 4) $-\frac{11}{7}$

วิธีทำ จากสูตร $\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

$$= \frac{3 + 4}{1 - (3)(4)} = \frac{7}{-11}$$

โดยที่ $\cot(A + B) = \frac{1}{\tan(A + B)} = \frac{-11}{7}$

15. ตอบ 3) $\frac{1}{8}$

วิธีทำ จากสูตรโคฟังก์ชัน เมื่อ $A + B = \frac{\pi}{2}$ จะได้ว่า $\sin A = \cos B$ หรือ $\cos A = \sin B$

ดังนั้น $\cos(\arccos(16x - 1)) = \sin(\arcsin(64x^2))$

$$16x - 1 = 64x^2$$

$$64x^2 - 16x + 1 = 0$$

$$(8x - 1)^2 = 0$$

$$x = \frac{1}{8}$$

16. ตอบ 4) $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 20 & -2 \end{bmatrix}$

วิธีทำ $A \times A = \begin{bmatrix} (2)(2) + (3)(1) & (2)(3) + (3)(2) \\ (1)(2) + (2)(1) & (1)(3) + (2)(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$$B \times B = \begin{bmatrix} (1)(1) + (-2)(0) & (1)(-2) + (-2)(3) \\ (0)(1) + (3)(0) & (0)(-2) + (3)(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -8 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - B^2 = \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -8 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 20 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(A^2 - B^2)^t = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 20 & -2 \end{bmatrix}$$

17. ตอบ 2) ข้อความ ข ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น**วิธีทำ** [พิจารณาข้อ ก]

$$\text{สูตร } \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos \theta \text{ จะได้ว่า } \cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

$$\text{จาก } 2\vec{u} \text{ และ } 2\vec{v} \text{ จะได้ } \cos \theta = \frac{(2\vec{u}) \cdot (2\vec{v})}{|2\vec{u}||2\vec{v}|} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

ดังนั้น มุมระหว่าง $2\vec{u}$ และ $2\vec{v}$ มีขนาดเท่ากับมุมระหว่าง $\vec{u}$ และ $\vec{v}$

[ข้อ ก ไม่ถูกต้อง]**[พิจารณาข้อ ข]**

$$\text{กำหนดให้ } \vec{u} - \vec{v} = \vec{w} \text{ และ } \vec{v} - \vec{u} = -\vec{w}$$

$$\text{มุมระหว่าง } \vec{w} \text{ และ } -\vec{w} \text{ คือ } \cos \theta = \frac{\vec{w} \cdot (-\vec{w})}{|\vec{w}||-\vec{w}|} = \frac{-\vec{w} \cdot \vec{w}}{|\vec{w}||\vec{w}|} = \frac{-|\vec{w}|^2}{|\vec{w}||\vec{w}|} = -1$$

$$\cos \theta = -1$$

$$\theta = 180^\circ \quad \text{[ข้อ ข ถูกต้อง]}$$

[พิจารณาข้อ ค]

มุมระหว่าง $\vec{u} + \vec{v}$ และ $-\vec{u} + \vec{v}$ คือ

$$\cos \theta = \frac{(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (-\vec{u} + \vec{v})}{|\vec{u} + \vec{v}||-\vec{u} + \vec{v}|} = \frac{-\vec{u} \cdot \vec{u} + \vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{v}}{|\vec{u} + \vec{v}||-\vec{u} + \vec{v}|} = \frac{|\vec{v}|^2 - |\vec{u}|^2}{|\vec{u} + \vec{v}||-\vec{u} + \vec{v}|}$$

จากโจทย์ $|\vec{u}| \neq |\vec{v}|$ ดังนั้น $\cos \theta \neq 0$ และ $\theta \neq 90^\circ$ **[ข้อ ค ไม่ถูกต้อง]**

18. ตอบ 3) ข้อ ก และ ข เท่านั้นที่ถูกต้อง**วิธีทำ** จาก $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

$$\text{จะได้ } |\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ และ } |\vec{v}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

$$\text{จาก } A = \{\vec{w} \mid |\vec{w}|^2 = |\vec{u}|\}$$

$$\text{จะได้ } A = \{\vec{w} \mid |\vec{w}|^2 = 5\}$$

$$A = \{\vec{w} \mid |\vec{w}| = \sqrt{5}\}$$

$$\text{จาก } B = \{\vec{w} \mid |\vec{w}|^3 = |\vec{v}|\}$$

$$\text{จะได้ } B = \{\vec{w} \mid |\vec{w}|^3 = 5\}$$

$$B = \{\vec{w} \mid |\vec{w}| = \sqrt[3]{5}\}$$

$$\text{ให้ } \vec{w} \in A \cap B$$

$$\text{ดังนั้น } \sqrt{5} = |\vec{w}| = \sqrt[3]{5}$$

$$\text{นั่นคือ } \sqrt{5} = \sqrt[3]{5} \text{ เป็นไปไม่ได้}$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } A \cap B = \emptyset$$