



8

Lecture

**BEST
SELLER**
พิมพ์ครั้งที่ 6

สรุปเข้ม

คณิต ม.ต้น

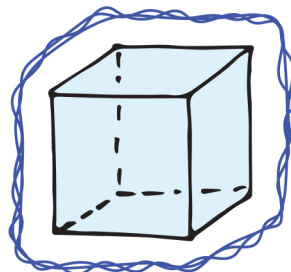
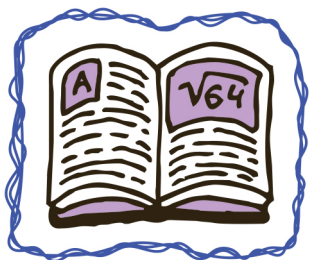
ฉบับปรับปรุง

สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์ ม.ต้น ครอบคลุมทุกประเด็น
เน้นความเข้าใจ ไม่เน้นใช้สูตร เข้าสอบแบบเล่มเดียวเอาอยู่

กญ.เมธาวิ เดชรา

เกสัชรหญิง ดักรัเกียรตนิยมนัดับ 1

เจ้าของเพจกวดัวิชาที่มีผู้ตดัตามกว่า 25,000 คน



สารบัญ

บทที่ 1 ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย 07

1. จำนวนนับ 08
2. ตัวหารร่วมมากและการนำไปใช้ 10
3. ตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้ 14
4. ความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. 18

บทที่ 2 ระบบจำนวนเต็ม 19

1. จำนวนเต็ม 20
2. การบวกและการลบจำนวนเต็ม 21
3. การคูณและการหารจำนวนเต็ม 27
4. สมบัติของจำนวนเต็ม 29
5. จำนวนและตัวเลข 31

บทที่ 3 เลขยกกำลัง 41

1. ความหมายของเลขยกกำลัง 42
2. การดำเนินการของเลขยกกำลัง 46
3. การนำไปใช้ 48

บทที่ 4 พื้นฐานทางเรขาคณิต 51

1. จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี และมุม 52
2. การสร้างพื้นฐาน 56
3. การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย 64

บทที่ 5 ทศนิยมและเศษส่วน 67

1. ทศนิยมและการเปรียบเทียบ ทศนิยม 68
2. การบวกและการลบทศนิยม 70
3. การคูณและการหารทศนิยม 75
4. เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน 78
5. การบวกและการลบเศษส่วน 79
6. การคูณและการหารเศษส่วน 82
7. ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วน กับทศนิยม 84

บทที่ 6 การประมาณค่า 86

1. ค่าประมาณ 87
2. การปัดเศษ 89
3. การประมาณค่า 91

บทที่ 7 คู่อันดับและกราฟ 93

1. คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ 94
2. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 97
3. กราฟและการนำไปใช้ 104
4. นวราโซลา 106

บทที่ 8 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 118

1. รูปแบบและความสัมพันธ์ 119
2. คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 120
3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการนำไปใช้ 121

บทที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ 132

1. ภาพและหน้าตัดของรูปเรขาคณิต สามมิติ 133
2. ภาพที่ได้จากการมองทางด้านบน ด้านหน้า และด้านข้างของรูปเรขาคณิต สามมิติ 138
3. รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ 139

บทที่ 10 อัตราส่วนและร้อยละ 140

1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน 141
2. สัดส่วน 145
3. ร้อยละ (เปอร์เซ็นต์) 149
4. การประยุกต์เกี่ยวกับตัวเลข 155
5. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน และร้อยละ 164

บทที่ 11 การวัด 173

1. การวัดความยาว 175
2. การวัดพื้นที่ 179
3. การวัดปริมาตรและน้ำหนัก 191
4. การวัดเวลา 194

บทที่ 12 แผนภูมิรูปวงกลม 196

1. การวาดแผนภูมิรูปวงกลม 197
2. การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม 200

บทที่ 13 การแปลงทางเรขาคณิต 205

1. การเลื่อนขนาน 206
2. การสะท้อน 210
3. การหมุน 214
4. การแปลงทางเรขาคณิตหลายๆ
ลักษณะ 217

บทที่ 14 ความเท่ากันทุกประการ 218

1. ความเท่ากันทุกประการของ
รูปเรขาคณิต 219
2. ความเท่ากันทุกประการของ
รูปสามเหลี่ยม 220
3. ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยม
สองรูปแบบต่างๆ 222
4. การนำสมบัติความเท่ากันทุกประการ
ไปใช้ 226

บทที่ 15 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 228

1. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
และทฤษฎีบทพีทาโกรัส 229
2. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส 230
3. การหาความยาวของรูปสามเหลี่ยม
มุมฉาก เมื่อทราบความยาวด้าน
เนียงด้านเดียว 232
4. การนำไปใช้ 233

**บทที่ 16 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ
จำนวนจริง 239**

1. จำนวนตรรกยะและอตรรกยะ 240
2. สมบัติของจำนวนจริง 243
3. รากที่สอง รากที่สาม และรากที่ n 244

บทที่ 17 เส้นขนาน 252

1. เส้นขนานและมุมภายใน 254
2. เส้นขนานและมุมแย้ง 257
3. เส้นขนานและมุมภายนอกกับ
มุมภายใน 261
4. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม 265

บทที่ 18 พื้นที่ผิวและปริมาตร 266

1. รูปเรขาคณิตสามมิติ 267
2. ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก 270
3. ปริมาตรของพีระมิดและกรวย 275
4. ปริมาตรของทรงกลม 278
5. พื้นที่ผิว 280

บทที่ 19 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 286

1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 287
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น
สองตัวแปร 292
3. โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร 294

บทที่ 20 ความคล้าย 298

1. รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน 299
2. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน 301
3. การนำไปใช้ 306

บทที่ 21 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 308

1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 309
2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 312
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว 316

บทที่ 22 ความน่าจะเป็น 320

1. การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ 321
2. การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ 326
3. ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ 331

บทที่ 23 สถิติ 332

1. ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล 333
2. ค่ากลางของข้อมูล 341

**บทที่ 24 ทักษะและกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์ 347**

1. การพัฒนาทักษะและกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์ 348
2. ทักษะและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์ที่โดดเด่น 349
3. การแก้ปัญหาและการนำไปใช้ 355

บทที่ 25 พหุนาม 358

- | | |
|---------------------------------|-----|
| 1. เอกนามและพหุนาม | 359 |
| 2. การบวกและการลบพหุนาม | 360 |
| 3. การคูณและการหารพหุนาม | 361 |
| 4. เศษส่วนพหุนาม | 366 |
| 5. การคูณและการหารเศษส่วนพหุนาม | 367 |
| 6. การบวกและการลบเศษส่วนพหุนาม | 369 |

บทที่ 26 การแยกตัวประกอบของพหุนาม 371

- | | |
|---------------------|-----|
| 1. การดึงตัวร่วม | 372 |
| 2. การแยกวงเล็บ | 373 |
| 3. การหารสังเคราะห์ | 379 |

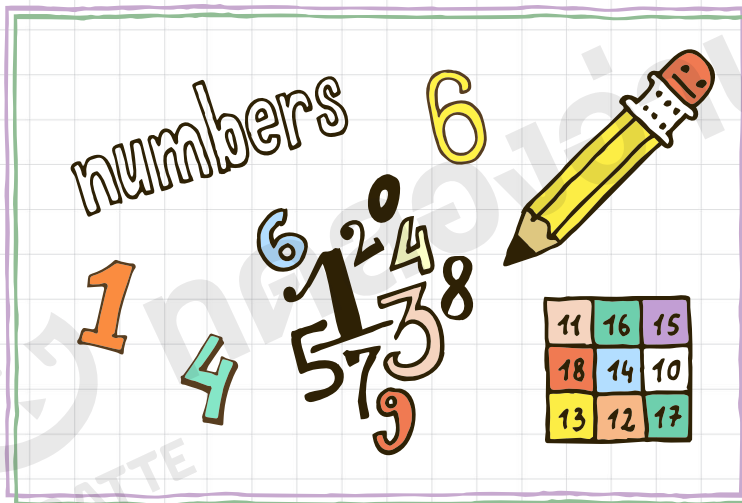
บทที่ 27 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว 381

- | | |
|--|-----|
| 1. สมการกำลังสองตัวแปรเดียว | 382 |
| 2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ
กำลังสองตัวแปรเดียว | 387 |

บทที่ 28 การแปรผัน 392

- | | |
|--------------------------|-----|
| 1. การแปรผันตรง | 393 |
| 2. การแปรผกผัน | 396 |
| 3. การแปรผันเกี่ยวเนื่อง | 400 |

ระบบจำนวนเต็ม



- ☐ จำนวนเต็ม
- ☐ การบวกและการลบจำนวนเต็ม
- ☐ การคูณและการหารจำนวนเต็ม
- ☐ สมบัติของจำนวนเต็ม
- ☐ จำนวนและตัวเลข

4. สมบัติของจำนวนเต็ม

► สมบัติเกี่ยวกับการบวกและการคูณจำนวนเต็ม (จำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ)

สมบัติเกี่ยวกับการบวกและการคูณจำนวนเต็ม

สมบัติการสลับที่ของการบวก

ให้ a และ b แทนจำนวนเต็มใดๆ

แล้ว $a + b = b + a$ เช่น

$$5 + 0 = 0 + 5 = 5$$

$$(-4) + 3 = 3 + (-4) = -1$$

สมบัติการสลับที่ของการคูณ

ให้ a และ b แทนจำนวนเต็มใดๆ

แล้ว $a \times b = b \times a$ เช่น

$$5 \times 1 = 1 \times 5 = 5$$

$$(-4) \times 3 = 3 \times (-4) = -12$$

สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

ให้ a, b และ c แทนจำนวนเต็มใดๆ

แล้ว $(a + b) + c = a + (b + c)$ เช่น

$$[3 + (-5)] + (-3) = 3 + [(-5) + (-3)]$$
$$-5 = -5$$

สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ

ให้ a, b และ c แทนจำนวนเต็มใดๆ

แล้ว $(a \times b)c = a(b \times c)$ เช่น

$$[3 \times (-5)](-3) = 3[(-5) \times (-3)]$$
$$45 = 45$$

สมบัติการแจกแจง

ให้ a, b และ c แทนจำนวนเต็มใดๆ แล้ว

$a(b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ เช่น

$$3[(-5) + (-3)] = [3(-5)] + [3(-3)]$$
$$-24 = -24$$

การเปลี่ยนตัวเลขในระบบฐานสิบเป็นฐานสอง

► วิธีที่แนะนำให้ใช้คือ **วิธีตั้งหาร** (เพราะสามารถประยุกต์ใช้กับตัวเลขฐานอื่นๆ อีกได้)

Ex จงเปลี่ยนตัวเลขต่อไปนี้ให้เป็นตัวเลขฐานสอง

Ex 35 158

Sol

② 158

2 | 79 เศษ 0

2 | 39 เศษ 1

2 | 19 เศษ 1

2 | 9 เศษ 1

2 | 4 เศษ 1

2 | 2 เศษ 0

2 | 1 เศษ 0

0 เศษ 1

Trick!

- ต้องการเปลี่ยนเลขฐานสิบให้เป็นเลขฐานอะไร ให้ใช้ตัวเลขฐานนั้นเป็นตัวหาร
- ในที่นี้เปลี่ยนเป็น**ฐานสอง** จึง**ใช้สองหาร**

- ถ้าหารแล้วไม่เหลือเศษ ให้เขียนเศษเป็น 0 ไว้ด้านหลัง
- แต่ถ้าหารแล้วเหลือเศษ ให้เขียนเศษที่เหลือไว้ด้านหลัง

จัดเป็นตัวเลขฐานสองโดยเรียงเลขจากล่างขึ้นบน

หารจนกว่าตัวเลขบรรทัดสุดท้ายเป็น 0

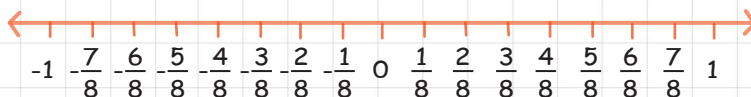
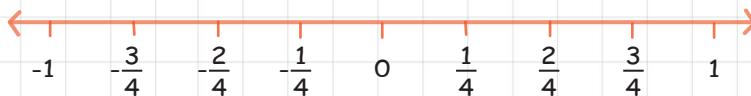
ดังนั้น ตัวเลขฐานสองของ 158 เท่ากับ 10011110_2 **Ans**

Trick!

คำตอบที่ได้คือ การเขียนเลขเศษจาก**ด้านล่างขึ้น**ไปทาง**ด้านบน** โดยใช้**เลขฐาน**ห้อยท้ายไว้

4. เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน

- การแทนที่เศษส่วนลงบนเส้นจำนวน



จากเส้นจำนวน 2 เส้น จะเห็นว่าจาก 0-1 และ 0-(-1)

- เส้นจำนวนเส้นบน แบ่งเป็น 4 ช่อง ตามจำนวนที่เป็นส่วนของเศษส่วน
 - เส้นจำนวนเส้นล่าง แบ่งเป็น 8 ช่อง ตามจำนวนที่เป็นส่วนของเศษส่วน โดยที่ระยะห่างระหว่าง 0-1 และ 0-(-1) ยังคงเท่าเดิม
- ดังนั้นสิ่งที่เราจะใช้กำหนดว่าจะต้องแบ่งเส้นจำนวนเป็นกี่ช่องก็คือ จำนวนที่เป็นส่วนนั่นเอง

- การเปรียบเทียบเศษส่วน

1. การเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากัน

กำหนดให้เมื่อ a , b , c และ d เป็นจำนวนใดๆ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{b} \text{ เมื่อ } a = c \text{ เช่น } \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{b} \text{ เมื่อ } a > c \text{ เช่น } \frac{4}{5} > \frac{3}{5}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{b} \text{ เมื่อ } a < c \text{ เช่น } \frac{2}{5} < \frac{3}{5}$$

2. การเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน

กำหนดให้เมื่อ a , b , c และ d เป็นจำนวนใดๆ

จาก $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ จะใช้การตรวจสอบด้วยวิธีการคูณไขว้ เนื่องจากเศษส่วน $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เท่ากันหรือไม่อย่างไร

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$$

ถ้า $ad = bc$ แล้ว $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ เช่น $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

ถ้า $ad > bc$ แล้ว $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ เช่น $\frac{3}{5} > \frac{2}{9}$

ถ้า $ad < bc$ แล้ว $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ เช่น $\frac{3}{5} < \frac{9}{10}$

5. การบวกและการลบเศษส่วน

1. การบวกเศษส่วน

1. เศษส่วนที่นำมาบวกจะต้องมีส่วนเท่ากัน ถ้าส่วนไม่เท่ากันต้องทำให้เท่ากันก่อน
2. การบวกจำนวนคละ ต้องเปลี่ยนจำนวนคละให้เป็นเศษเกินก่อนที่จะนำมาบวกกัน
3. จำนวนเศษส่วนที่เป็นบวกให้คิดว่าเป็นการมีเงิน ส่วนจำนวนเศษส่วนที่เป็นลบให้คิดว่าเป็นการติดหนี้ไว้

Ex 18 จงหาค่าของ $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

Sol $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$ **Ans**

Trick! $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ อาจคิดได้ว่ามีเงิน

$\frac{3}{5}$ บาท ได้เพิ่มอีก $\frac{1}{5}$ บาท มีเงินรวมกัน

$\frac{4}{5}$ บาท ดังนั้น $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

Ex 19 จงหาค่าของ $\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)$

Sol $\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{(-3) + (-1)}{5} = \frac{-4}{5}$ **Ans**

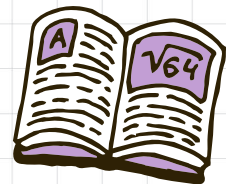
NOTE:

$$\left(-\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{-3}{5}\right) = \left(\frac{3}{-5}\right)$$

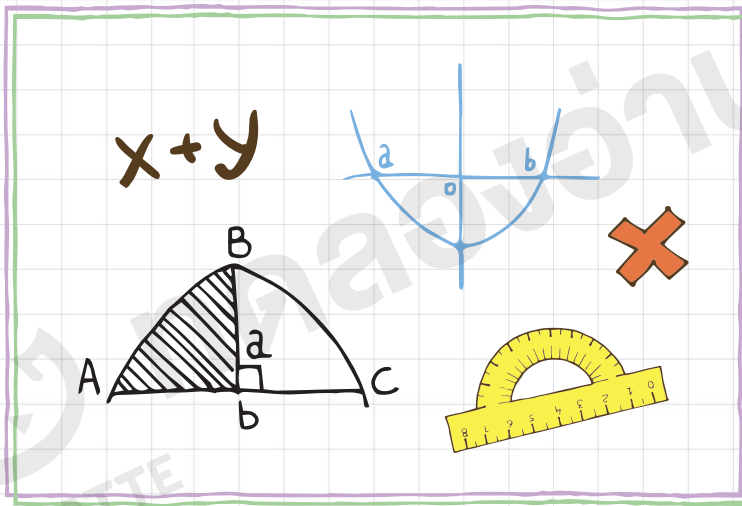
Trick! $\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)$ อาจคิดได้ว่ามีหนี้อยู่แล้ว $\frac{3}{5}$ บาท

$\left(-\frac{3}{5}\right)$ ก่อหนี้เพิ่มอีก $\frac{1}{5}$ บาท $\left(-\frac{1}{5}\right)$ เท่ากับมีหนี้รวมกัน

$\frac{4}{5}$ บาท ดังนั้น $\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{-4}{5}$



คู่อันดับและกราฟ



- ☐ คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ
- ☐ กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- ☐ กราฟและการนำไปใช้
- ☐ พาราโบลา

จากกราฟ จงหา

1. ช่วงเวลาที่รถยนต์คันนี้หยุดนิ่งเป็นเวลานานเท่าไร
2. รถยนต์วิ่งได้ระยะทางเท่าไรจึงหยุดนิ่ง
3. รถยนต์คันนี้มีอัตราเร็วเฉลี่ยตลอดการเดินทางเท่าไร

Sol

1. อ่านจากกราฟในช่วงที่กราฟเป็นเส้นขนานกับแกน y ได้ 10.00-11.00 น.

ดังนั้น รถยนต์คันนี้หยุดนิ่งเป็นเวลา 1 ชั่วโมง Ans

2. อ่านจากกราฟได้ 90 กิโลเมตร Ans

3. จากสูตร $v = \frac{S}{t}$ (อัตราเร็ว = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$)

$$\text{อัตราเร็ว} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}} = \frac{200 \text{ กิโลเมตร}}{3.5 \text{ ชั่วโมง}} = 57.14 \text{ กิโลเมตร/ชั่วโมง}$$

ดังนั้น รถยนต์คันนี้มีอัตราเร็วเฉลี่ยตลอดการเดินทาง 57.14 กิโลเมตร/ชั่วโมง Ans

4. พาราโบลา

พาราโบลา (Parabola) คือ เส้นโค้งที่เกิดจากจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งมีระยะห่างจากจุดคงที่ (จุดโฟกัส) จุดหนึ่ง และเส้นตรงคงที่ (ไดเรกตริกซ์) เส้นหนึ่งอย่างเท่ากันเสมอ โดยเป็นเส้นโค้งรูปตัว U (ที่อาจหงายขึ้น คว่ำลง หรือเปิดไปทางซ้ายหรือขวา ขึ้นอยู่กับค่าของ a ในสมการ) ในระดับ ม.ต้น จะกล่าวถึงเพียงเส้นโค้งรูปตัว U ที่หงายขึ้นหรือคว่ำลงเท่านั้น

► **จุดโฟกัส (Focus)** คือ จุดคงที่ที่กล่าวถึงในนิยามของพาราโบลา

► **ไดเรกตริกซ์ (Directrix)** คือ เส้นตรงคงที่ที่กล่าวถึงในนิยามของพาราโบลา
สมการพาราโบลา เขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$y = ax^2 + bx + c$$

กำหนดให้ x และ y เป็นตัวแปร a , b และ c เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

Ex 12 จงเขียนกราฟของสมการ $y = 10x^2$

Sol $y = 10x^2$ สามารถนำมาเขียนในสมการที่แนะนำได้ดังนี้

$$(y - 0) = 10(x - 0)^2$$

ค่า $a > 0$ สมการนี้จึงเป็น
พาราโบลาแบบหงาย

จุดยอดของสมการนี้อยู่ที่ $(0, 0)$

หาคู่อันดับจากสมการ $y = 10x^2$ ได้ดังนี้

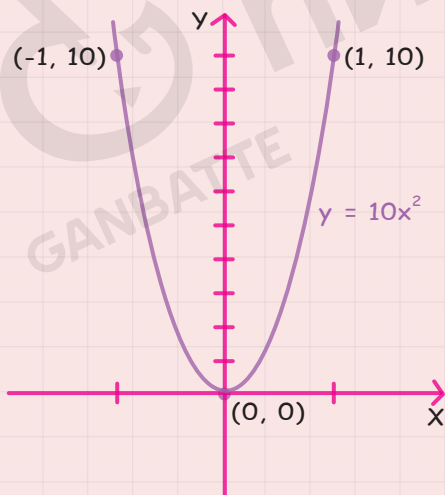
x	-1	0	1
y	10	0	10



Trick!

การแทนค่า x ตวนหาคู่อันดับ
แนะนำให้ใช้ตัวเลขน้อยๆ ที่เป็นตัวแทนของ
จำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบ หรือ
จำนวนเต็มศูนย์ ดังตาราง (เพิ่มจำนวนช่อง
ได้ตามความต้องการ)

ดังนั้นจะเขียนกราฟของสมการนี้ได้ดังนี้

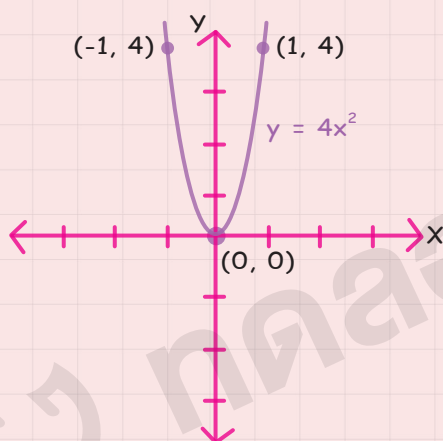


กราฟนี้มีแกนสมมาตรคือ $x = 0$
และมีจุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, 0)$
โดยที่ค่าต่ำสุดของค่า y คือ $y = 0$

Ex 13 จงเขียนกราฟของสมการ $y = 4x^2$ **Sol** $y = 4x^2$ นำมาเขียนในสมการที่แนะนำได้ดังนี้ $(y - 0) = 4(x - 0)^2$ ค่า $h = 0$ และค่า $k = 0$ หมายความว่า จุดยอดของสมการนี้อยู่ที่ $(0, 0)$ และเนื่องจาก ค่า $a > 0$ สมการนี้จึงเป็น **พาราโบลาแบบหงาย**หาคว้านับจากสมการ $y = 4x^2$ ได้ดังนี้

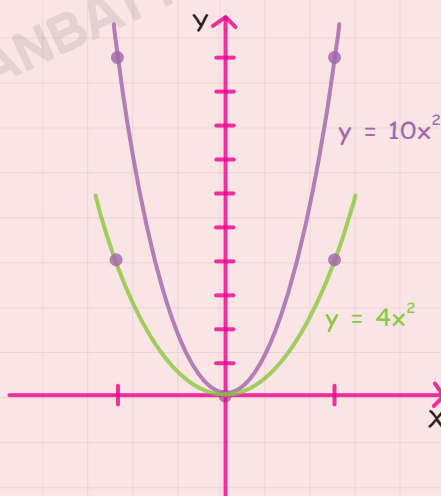
x	-1	0	1
y	4	0	4

ดังนั้นจะเขียนกราฟของสมการนี้ได้ดังนี้



กราฟนี้มีแกนสมมาตรคือ $x = 0$
 และมีจุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, 0)$
 โดยที่ค่าต่ำสุดของค่า y คือ $y = 0$

จาก Ex 12 และ Ex 13 เมื่อนำสมการ $y = 4x^2$ และ $y = 10x^2$ มาเขียนบนกราฟเดียวกันจะได้ดังรูป

**Trick!**

จากรูปสรุปได้ว่า หาก
 ตัวเลขคงตัวทางด้านหน้ามีค่ามาก
 กราฟจะยิ่งแคบลง

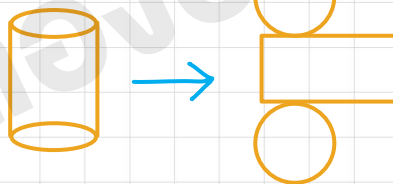
- รูปคลี่ของรูปเรขาคณิต 3 มิติ
เป็นการแสดงลักษณะพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิต 3 มิติ

รูปคลี่ของรูปเรขาคณิต 3 มิติ

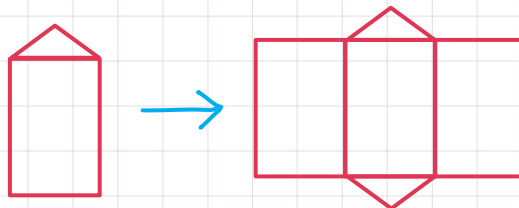
พีระมิด



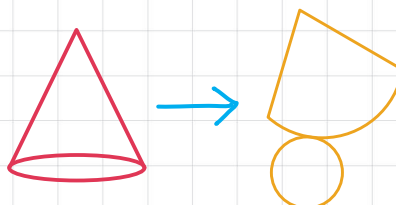
ทรงกระบอก



ปริซึม

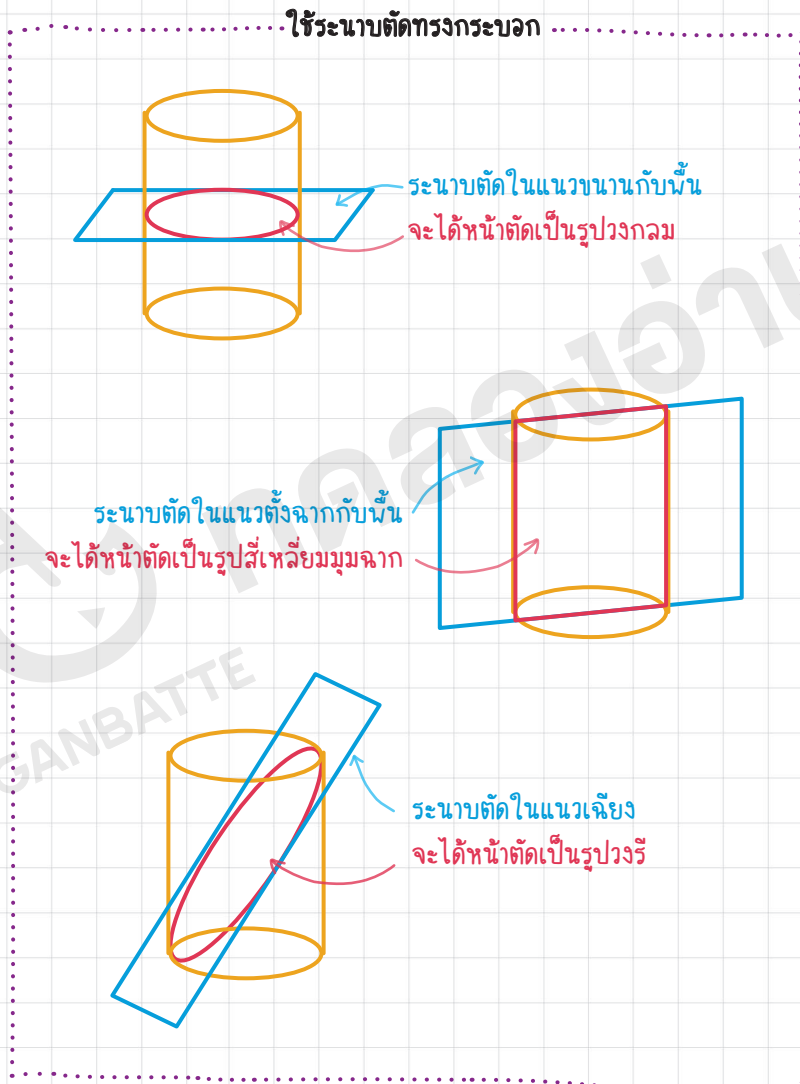


กรวย



▶ หน้าตัดของรูปเรขาคณิต 3 มิติ

เมื่อใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิต 3 มิติ จะได้หน้าตัดที่เป็นรูปเรขาคณิต 2 มิติ แต่รูปที่ได้
ออกมาจะเป็นรูปใดก็ขึ้นอยู่กับแนวตัดและชนิดของรูปเรขาคณิต 3 มิตินั้นๆ เช่น

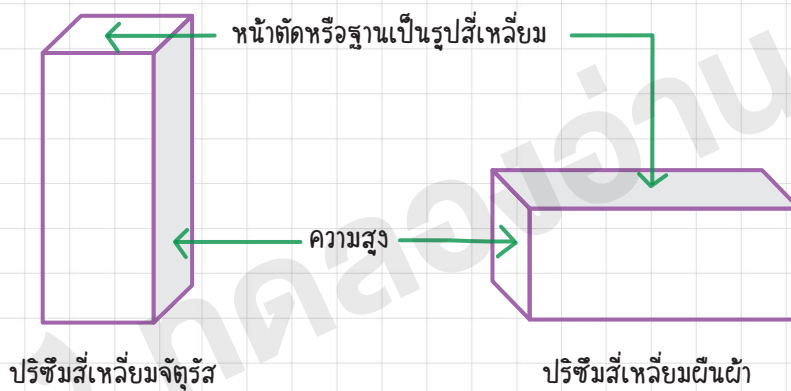


1. รูปเรขาคณิตสามมิติ

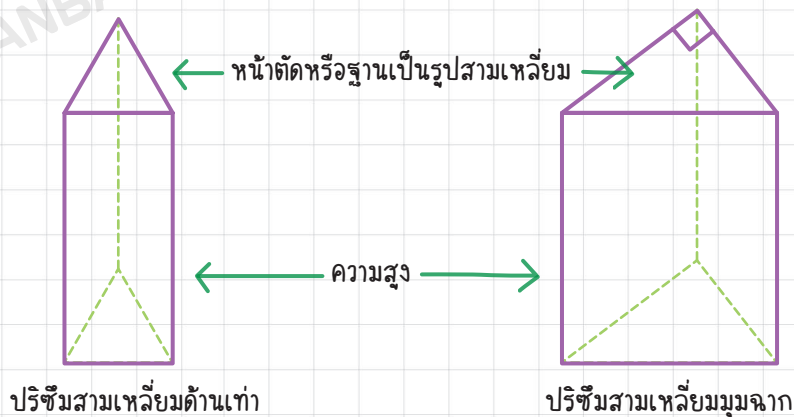
► ปริซึม

- รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองด้านเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ โดยฐานทั้งสองอยู่ในระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- เราเรียกชื่อปริซึมต่างๆ ตามลักษณะของฐาน เช่น

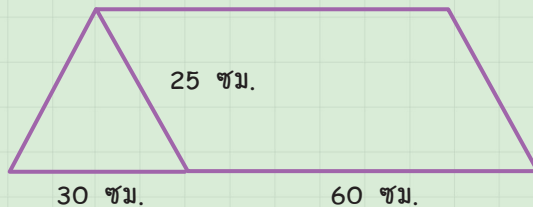
ปริซึมสี่เหลี่ยม



ปริซึมสามเหลี่ยม



Ex 1 จงหาปริมาตรของรูปปริซึมต่อไปนี้



Sol

จากสูตรหาปริมาตรของปริซึม (พื้นที่ฐาน $\times$ สูง)

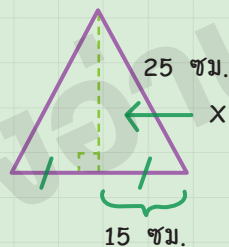
รูปหน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยม ดังนั้น พื้นที่ฐานใช้สูตร $\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$

หาส่วนสูงของรูปหน้าตัด $25^2 = 15^2 + x^2$

$$625 = 225 + x^2$$

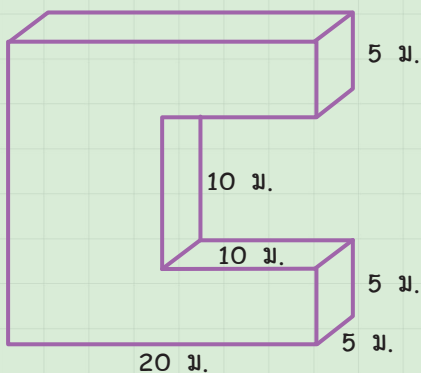
$$400 = x^2$$

$$x = 20$$



เพราะฉะนั้นปริมาตรของรูปนี้คือ $\text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} = \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 20\right) \times 60$
 $= 18,000$ ลูกบาศก์เซนติเมตร Ans

Ex 2 จงหาปริมาตรของรูปปริซึมต่อไปนี้



1. การทดลองสุ่มและเหตุการณ์

► การทดลองสุ่ม

เป็นการทดลองที่เรารู้ว่าผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้แน่นอนว่าในแต่ละครั้งที่ทดลอง ผลที่เกิดขึ้นจริงจะเป็นอะไร

Ex 1 การโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่

Sol เป็นการทดลองสุ่ม เพราะเรารู้ว่าผลลัพธ์ที่เป็นไปได้คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6 แต่ไม่สามารถบอกได้แน่ชัดว่าในการโยนลูกเต๋าค้างครั้งนั้นๆ จะได้ผลลัพธ์แบบใด Ans

► แซมเปิลสเปซ (Sample Space: S)

เป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม โดยที่แต่ละสมาชิกของแซมเปิลสเปซเรียกว่า **จุดตัวอย่าง**

Ex 2 จงเขียนแซมเปิลสเปซในการโยนเหรียญ 1 บาท 1 เหรียญ

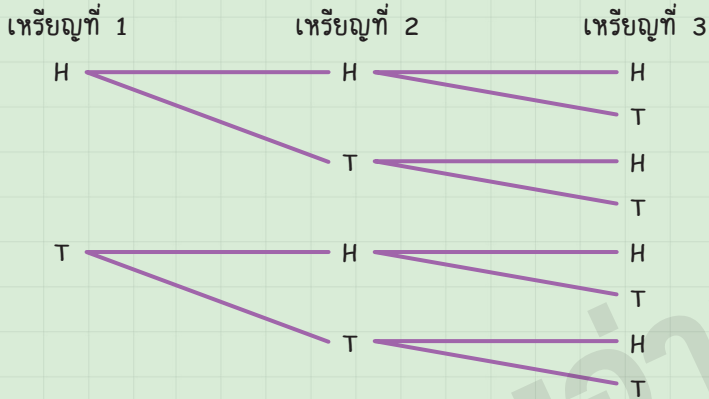
Sol ให้จุดตัวอย่าง H แทนหัว และจุดตัวอย่าง T แทนก้อย
ดังนั้น แซมเปิลสเปซ (S) = {H, T}, {H, H}, {T, T}, {T, H} Ans

MEMO

MEMO

Ex 3

Sol



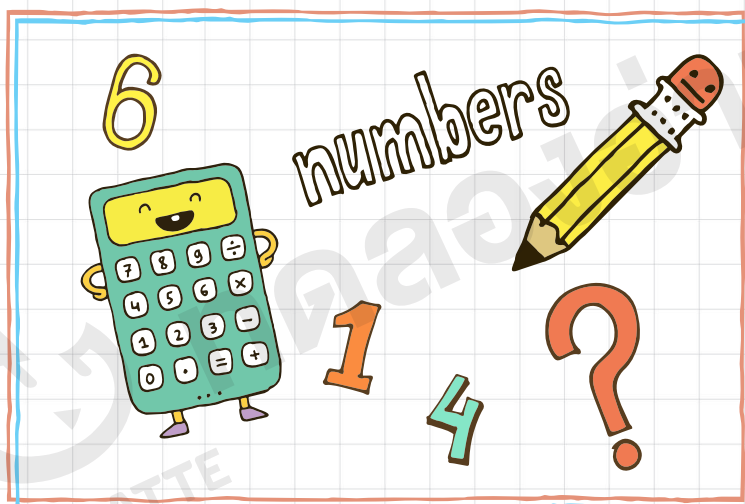
ดังนั้น

 $F_x = 4$

Sol

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

พหุนาม



- ☐ เอกนามและพหุนาม
- ☐ การบวกและการลบพหุนาม
- ☐ การคูณและการหารพหุนาม
- ☐ เศษส่วนพหุนาม
- ☐ การคูณและการหารเศษส่วนพหุนาม
- ☐ การบวกและการลบเศษส่วนพหุนาม

การบวกและการลบพหุนาม

Ex 1 จงหาผลบวกของ $3a + 2b - 4c$, $2a - 4b + 3c$, $b + d$

Sol ใช้วิธีตั้งบวก

$$\begin{array}{r} 3a + 2b - 4c \\ 2a - 4b + 3c \quad + \\ \hline a + b + d \\ \hline 5a - b - c + d \end{array}$$

Sol ใช้วิธีรวมจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน

$$(3a + 2b - 4c) + (2a - 4b + 3c) + (b + d) = 3a + 2b - 4c + 2a - 4b + 3c + b + d \\ = 5a - b - c + d$$

Trick!

แนะนำให้ใช้วิธีการรวมจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน
เพราะสะดวกและรวดเร็วกว่า

Ex 2 จงหาผลบวกของ $4x^2y^2 - 3x^2y + 4xy^2 + 4$, $3x^2y^2 + 4x^2y - 4xy^2 - 4$

Sol

$$\begin{aligned} & (4x^2y^2 - 3x^2y + 4xy^2 + 4) + (3x^2y^2 + 4x^2y - 4xy^2 - 4) \\ &= 4x^2y^2 - 3x^2y + 4xy^2 + 4 + 3x^2y^2 + 4x^2y - 4xy^2 - 4 \\ &= 4x^2y^2 + 3x^2y^2 - 3x^2y + 4x^2y + 4xy^2 - 4xy^2 + 4 - 4 \\ &= 7x^2y^2 + x^2y \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวกของสมการคือ $7x^2y^2 + x^2y$ Ans

Ex 3 จงหาผลลบของ $4xy^2 + 3x^2y^2$, $-4xy^2 + 3x^2y^2$

Sol

$$\begin{aligned} & (4xy^2 + 3x^2y^2) - (-4xy^2 + 3x^2y^2) = 4xy^2 + 3x^2y^2 - (-4xy^2) - (+3x^2y^2) \\ &= 4xy^2 + 3x^2y^2 + 4xy^2 - 3x^2y^2 \\ &= 8xy^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลลบของสมการคือ $8xy^2$ Ans

Trick!

สำหรับการลบ ให้เปลี่ยนพหุนามที่เป็นตัวลบให้เป็นจำนวนตรงข้าม
เช่น จาก $-4xy^2$ เป็น $4xy^2$ และจาก $3x^2y^2$ เป็น $-3x^2y^2$

การคูณและการหารพหุนาม

การคูณพหุนาม

► การคูณพหุนาม โดยใช้การคูณแบบกระจาย (เป็นวิธีที่แนะนำ)

Ex 4 จงหาผลคูณของ $(a + b)(a - b)$

Sol นำหน้าของวงเล็บหน้าคูณหน้าและนำหน้าของวงเล็บหลัง

$$\begin{array}{c} a^2 - b^2 \\ (a + b)(a - b) \\ -ab + ab \end{array}$$

นำหน้าหลังของวงเล็บหน้าคูณหน้าและนำหน้าหลังของวงเล็บหลัง

คิดเครื่องหมายจากด้านหน้าของตัวเลขเสมอ

จะได้ $(a + b)(a - b) = a^2 + ab - ab + b^2 = a^2 - b^2$ Ans

Ex 5 จงหาผลคูณของ $(a + b)(a + b)$

Sol
$$\begin{aligned} (a + b)(a + b) &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

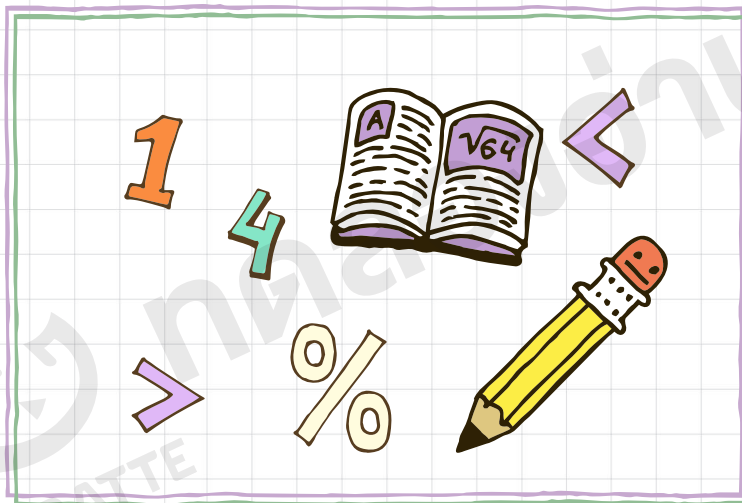
ดังนั้น ผลคูณของสมการคือ $a^2 + 2ab + b^2$ Ans

Ex 6 จงหาผลคูณของ $(a - b)(a - b)$

Sol
$$\begin{aligned} (a - b)(a - b) &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลคูณของสมการคือ $a^2 - 2ab + b^2$ Ans

การแยกตัวประกอบ ของพหุนาม



- ☐ การดึงตัวร่วม
- ☐ การแยกวงเล็บ
- ☐ การหารสังเคราะห์

- **การแยกตัวประกอบของพหุนาม** คือ การเขียนพหุนามที่กำหนดให้ในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่าโจทย์ ตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป

เช่น $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)(x + 3)$

วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม

วิธีที่	ชื่อวิธี	หมายเหตุ
1	การดึงตัวร่วม	เป็นวิธีพื้นฐาน
2	การแยกวงเล็บ	เป็นวิธีที่นิยมใช้มากที่สุด
3	การหารสังเคราะห์	ใช้ได้กับโจทย์หลากหลายรูปแบบ

1. การดึงตัวร่วม

Ex

จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้โดยใช้วิธีการดึงตัวร่วม

Ex 1 $4x^2 - 8x$

Sol $4x^2 - 8x = 4(x^2 - 2x)$
 $= (4x)(x - 2)$



numbers

Ex 2 $2(x - 1) + (x - 1)^2$

Sol $2(x - 1) + (x - 1)^2 = (x - 1)[2 + (x - 1)]$
 $= (x - 1)(2 + x - 1)$
 $= (x - 1)(2 - 1 + x)$
 $= (x - 1)(x + 1)$



สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

- ▶ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีรูปแบบทั่วไปคือ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว $a \neq 0$ โดยมี x เป็นตัวไม่ทราบค่า
- ▶ คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือ จำนวนจริงที่นำไปแทนค่าในสมการแล้วทำให้สมการนั้นๆ เป็นจริงขึ้นมา

Ex 1 จงหาคำตอบของสมการ $3x^2 = 1$

Sol

$$3x^2 = 1$$
$$x^2 = \frac{1}{3}$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$$

การตรวจสอบ

นำ $\sqrt{\frac{1}{3}}$ แทนค่าในสมการ $3x^2 = 1$ จะได้ $3\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = 1$ ซึ่งเป็นจริง

นำ $-\sqrt{\frac{1}{3}}$ แทนค่าในสมการ $3x^2 = 1$ จะได้ $3\left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = 1$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ $3x^2 = 1$ คือ $\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$ Ans

Ex 2 จงหาคำตอบของสมการ $5x^2 - 80 = 0$ ที่เป็นจำนวนเต็มบวก

Sol

$$5x^2 - 80 = 0$$
$$5x^2 = 80$$
$$x^2 = \frac{80}{5}$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \pm 4$$

การตรวจสอบ

เนื่องจากโจทย์ต้องการคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้นจะนำแค่ค่าที่เป็นจำนวนเต็มบวกคือ 4 กลับไปแทนค่าในสมการ $5x^2 - 80 = 0$ จะได้ $5(4)^2 - 80 = 0$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มบวกของสมการ $5x^2 - 80 = 0$ คือ 4 Ans